

دوست مازی من! سلام

به جمع دوپینگی‌های کنکور ۹۹ خوش اومدی! تو این دوره قراره کل نکات ریاضی رو به شکل تست در کمترین حجم با صرف کمترین زمان و انرژی مرور کنیم. میخام براتون توضیح بدم که چطوری از دوره دوپینگ استفاده کنید:



۱- جمله سوم و پنجم و هشتم یک دنباله حسابی سه جمله متوالی یک دنباله هندسی است، در دنباله حسابی $\frac{a_{15}}{a_3}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $\frac{21}{5}$ (۴) ۵

۲- اگر $\frac{1 + \cos x}{3 \sin x} = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\pi - x)}{1 + \cos(\pi + x)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{16}{9}$ (۴) $\frac{9}{16}$

۳- مجموعه جواب نامعادله $|2x^2 + 3x| \leq 9$ به صورت $[a, b]$ است. حاصل $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{2}$ (۲) $\frac{9}{2}$ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۴- نمودار تابع $y = ax^2 + bx + c$ را یک واحد به طرف x های مثبت و پس ۳ واحد به طرف بالا انتقال می دهیم، منحنی $y = x^2 - x + 2$ حاصل می شود $a + b + c$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۰ (۴) ۲

۵- تاسی را دو بار پرتاب می کنیم، احتمال اینکه مجموع زوج یا بزرگتر از ۵ باشد کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{18}$ (۲) $\frac{7}{9}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{8}{9}$

۶- دو نقطه روی محور x ها قرار دارند که فاصله آنها از خط $y = 2x + 1$ برابر $\sqrt{5}$ است. طول پاره خطی که این دو نقطه را به هم وصل می کند، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۷- اگر α, β ریشه های معادله $x^2 + x - m = 0$ و رابطه $\frac{\beta}{4\alpha - 1} = -\frac{1}{2}$ بین ریشه ها برقرار باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{15}{4}$ (۲) $-\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{5}{36}$ (۴) $-\frac{5}{36}$



۸- مجموع جوابهای معادله $\sqrt{x-3} - \sqrt{2x-13} = 1$ کدام است؟

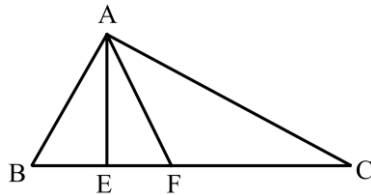
۲۶ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

۷ (۱)

۹- در شکل مقابل مساحت $\triangle AEF$ ، $\frac{1}{5}$ مساحت $\triangle AFC$ و $\frac{1}{3}$ مساحت $\triangle AFB$ می باشد. $\frac{BE}{FC}$ چقدر است؟



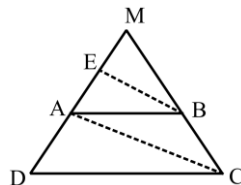
$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۱۰- در دوزنقه ABCD، پاره خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD = 5$ و $AE = 3$ باشد، طول ضلع MD کدام است؟



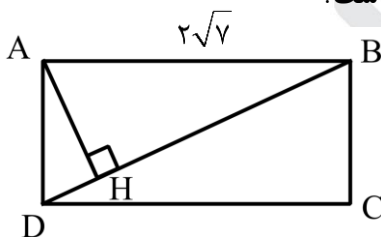
۱۲/۲۵ (۲)

۱۲ (۱)

۱۲/۷۵ (۴)

۱۲/۵ (۳)

۱۱- در مستطیل ABCD، تصویر قائم AB بر روی BD برابر ۴ واحد است. اندازه BC کدام است؟



$\sqrt{17}$ (۲)

$\sqrt{14}$ (۱)

$\sqrt{21}$ (۴)

$\sqrt{19}$ (۳)

۱۲- اگر $2x^2 + x = -1$ باشد، حاصل $[2x] + [4x^2] + [8x^3] + [16x^4]$ کدام است؟

۱ (۴)

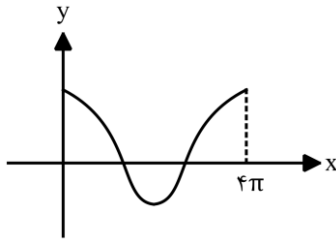
۰ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)



۱۳- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{2} + 2 \cos(mx)$ است. مقدار تابع در نقطه $x = \frac{10\pi}{3}$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $-\frac{3}{2}$
(۴) $\frac{3}{2}$

۱۴- به عددی ۱۲ واحد اضافه می‌کنیم، لگاریتم عدد جدید در مبنای ۳ یک واحد بیشتر از لگاریتم عدد اولیه در مبنای ۳ است، آن عدد کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) ۶
(۴) ۱۵

۱۵- تابع f با ضابطه $f(x) = (x^2 - 1)[x]$ در بازه $(-2, 2)$ چند نقطه ناپیوستگی دارد؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) نقطه ناپیوستگی ندارد

۱۶- اگر $P(A') = 5P(B) = 6P(A \cap B)$ آنگاه حاصل $P(A' | B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{1}{6}$

۱۷- احتمال اینکه دو دانش‌آموز A و B در آزمون پایان ترم یک درس قبول شدند به ترتیب $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{5}$ است. چقدر احتمال دارد دقیقاً یکی از آن‌ها در آزمون این درس قبول شدند؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{3}{5}$
(۳) $\frac{7}{15}$
(۴) $\frac{2}{5}$

۱۸- دو کارخانه‌ی لاستیک‌سازی A و B یک نوع لاستیک تولید می‌کنند. میانگین طول عمر لاستیک‌های تولیدی در کارخانه‌های A و B به ترتیب برابر با ۷۵۰۰۰ کیلومتر و ۵۶۰۰۰ کیلومتر و واریانس طول عمر لاستیک‌های تولیدی در کارخانه‌های A و B به ترتیب برابر ۱۶۰۰ کیلومتر و ۹۰۰ کیلومتر است. کدام کارخانه لاستیک بهتری تولید می‌کند؟

- (۱) کارخانه‌ی A
(۲) کارخانه‌ی B
(۳) کیفیت لاستیک هر دو کارخانه یکسان است.
(۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.



۱۹- اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^2 + x + 6}}$ ، $g(x) = (\frac{1}{3})^x$ باشند، دامنه تابع $f \circ g$ کدام است؟

- (۱) $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ (۲) $(\frac{1}{2}, +\infty)$ (۳) $(-1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, -1)$

۲۰- اگر $f(x) = 3x - 1$ ، $g(x) = ax + b$ ، $(g^{-1} \circ f^{-1})(17) = 4$ و $g(1) = 3$ باشد، دوتایی (a, b) کدام است؟

- (۱) $(1, 0)$ (۲) $(2, 1)$ (۳) $(1, 1)$ (۴) $(1, 2)$

۲۱- اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{3}$ ، آنگاه مقدار $\cos(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{8}{9}$ (۲) $-\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{8}{9}$

۲۲- جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\sin(\frac{3\pi}{2} + x)\cos(x - \pi) = \sin^2(\frac{2\pi}{3})$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{12}$

۲۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $-\frac{1}{12}$

۲۴- اگر $f(x) = \frac{x|x| - 5}{ax^2 + 4x - 4}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) -۱ (۴) $\frac{2}{3}$



۲۵- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x-1} - \frac{1}{2} & ; x \geq 3 \\ x^2 - 3x & ; x < 3 \end{cases}$ یک تابع پیوسته باشد، مقدار $f'_+(3) + f'_-(3)$ کدام است؟

(۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{11}{4}$

۲۶- در تابع $f(x) = (\frac{2}{x} - \sqrt[3]{x^2})^3$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ ، کدام است؟

(۱) -۳۶ (۲) -۸ (۳) ۸ (۴) ۳۶

۲۷- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = -\frac{1}{2}$ و $g(x) = f\left(\frac{2}{x^2}\right)$ باشند، آن گاه $g'(-1)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۲۸- تابع $f(x) = x^4 - 4x^2 + 17$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹- ماکزیمم مطلق تابع با ضابطه $y = -(x+1)|x+1|$ بر $[-2, 1]$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۹

۳۰- مستطیلی درون نیم‌دایره‌ای به شعاع ۴ محاط شده و یک ضلع مستطیل روی قطر نیم‌دایره قرار دارد. اگر بدانیم مستطیل بیشترین مساحت ممکن را دارد، طول آن کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$



۱- اگر جمله سوم و پنجم و هشتم یک دنباله حسابی با سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی برابر باشند، در دنباله حسابی

$$\frac{a_{15}}{a_3} \text{ کدام است؟}$$

۵ (۴)

$\frac{21}{5}$ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

گزینه ۲ صحیح است.

$$q = \frac{8-5}{5-3} = \frac{3}{2}$$

$$a_1 + 4d = \frac{3}{2}(a_1 + 2d) \Rightarrow 2a_1 + 8d = 3a_1 + 6d \Rightarrow a_1 = 2d$$

$$\frac{a_{15}}{a_3} = \frac{a_1 + 14d}{a_1 + 2d} = \frac{16d}{4d} = 4$$

۲- اگر $\frac{1 + \cos x}{3 \sin x} = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\pi - x)}{1 + \cos(\pi + x)}$ کدام است؟

$\frac{9}{16}$ (۴)

$\frac{16}{9}$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

گزینه ۱ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\sin(\pi - x)}{1 + \cos(\pi + x)} = \frac{\sin x}{1 - \cos x} \\ \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{1 + \cos x}{\sin x} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{3}{4} \\ \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{3}{4} \end{array} \rightarrow \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{3}{4}$$

۳- مجموعه جواب نامعادله $|2x^2 + 3x| \leq 9$ به صورت $[a, b]$ است. حاصل $b - a$ کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)

$\frac{7}{2}$ (۳)

$\frac{9}{2}$ (۲)

$\frac{11}{2}$ (۱)

گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} -9 \leq 2x^2 + 3x \leq 9 &\rightarrow 2x^2 + 3x - 9 \leq 0 \rightarrow (2x - 3)(x + 3) \leq 0 \rightarrow x \in \left[-3, \frac{3}{2}\right] \\ &\rightarrow \text{جواب: } \frac{3}{2} - (-3) = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

$$2x^2 + 5x + 12 \geq 0 \rightarrow \mathbb{R}$$



۴- نمودار تابع $y = ax^2 + bx + c$ را یک واحد به طرف x های مثبت و پس ۳ واحد به بالا انتقال می دهیم ، منحنی $y = x^2 - x + 2$ حاصل می شود $a + b + c$ کدام است؟

۱(۱) ۲(۲) ۳(۰) ۴(۲)

گزینه ۱ صحیح است

برای یافتن منحنی اصلی، جواب را ابتدا ۳ واحد پایین می آوریم $(y = x^2 - x - 1)$ و پس یک واحد به طرف x های منفی منتقل می کنیم $y = (x + 1)^2 - (x + 1) - 1 = x^2 + x - 1$ به دست می آید. در نتیجه:

$a = 1$, $b = 1$, $c = -1$

۵- تاسی را دو بار پرتاب می کنیم ، احتمال اینکه مجموع زوج یا بزرگتر از ۵ باشد کدام است؟

۱(۱) $\frac{13}{18}$ ۲(۲) $\frac{7}{9}$ ۳(۳) $\frac{5}{6}$ ۴(۴) $\frac{8}{9}$

گزینه ۳ صحیح است

احتمال اینکه مجموع بزرگتر از ۵ بیاید متمم آن است که مجموع برابر ۵ یا کمتر از آن باشد. تعداد حالاتی که مجموع کمتر یا مساوی ۵ می آید برابر با ۱۰ حالت است و در نتیجه احتمال اینکه مجموع برگتر از ۵ بیاید برابر است با:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{10}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

احتمال اینکه مجموع زوج بیاید برابر با مجموع احتمال این است که هر دو فرد یا هر دو زوج بیایند که در نتیجه برابر با $P(B) = \frac{1}{2}$ است.

برای محاسبه احتمال اشتراک این دو پدیده کافی است حالاتی که زوج و بزرگتر از ۵ باشد را در نظر بگیریم که از ۱۸ حالتی که مجموع زوج است فقط حالاتی که مجموع برابر ۲ یا برابر ۴ می باشد حذف می شود که اولی یک حالت و دومی ۳ حالت دارد. در نتیجه ۱۴ حالت باقی می ماند.

$$\frac{14}{36} = \text{احتمال اینکه مجموع زوج و بزرگتر از ۵ باشد}$$

$$P(A \cup B) = \frac{13}{18} + \frac{1}{2} - \frac{14}{36} = \frac{26 + 18 - 14}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$



۶- دو نقطه روی محور x ها قرار دارند که فاصله آنها از خط $y = 2x + 1$ برابر $\sqrt{5}$ است. طول پاره خطی که این دو نقطه را به هم وصل می کند، کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

گزینه ۱ صحیح است.

برای حل، نقطه ای روی محور x ها به صورت $\begin{vmatrix} \alpha \\ 0 \end{vmatrix}$ انتخاب می کنیم و فاصله آن را تا خط مورد نظر برابر $\sqrt{5}$ قرار می دهیم:
یادآوری: فاصله نقطه از خط از رابطه زیر بدست می آید:

$$2x - y + 1 = 0$$

$$A \begin{vmatrix} \alpha \\ 0 \end{vmatrix} \rightarrow \frac{|2 \times \alpha + (-1) \times 0 + 1|}{\sqrt{(2)^2 + (-1)^2}} = \frac{|2\alpha + 1|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

فاصله

$$\Rightarrow |2\alpha + 1| = 5 \rightarrow \begin{cases} 2\alpha + 1 = 5 & \rightarrow \alpha_1 = 2 \\ 2\alpha + 1 = -5 & \rightarrow \alpha_2 = -3 \end{cases} \longrightarrow |\alpha_2 - \alpha_1| = |-3 - 2| = 5$$

۷- اگر α, β ریشه های معادله $x^2 + x - m = 0$ و رابطه $\frac{\beta}{4\alpha - 1} = -\frac{1}{2}$ بین ریشه ها برقرار باشد، مقدار m کدام است؟

$-\frac{5}{36}$ (۴)

$\frac{5}{36}$ (۳)

$-\frac{15}{4}$ (۲)

$\frac{15}{4}$ (۱)

گزینه ۱ صحیح است.

یادآوری: در این سوال یک رابطه بین ریشه های معادله در صورت سوال داده شده است و یک رابطه نیز از معادله درجه ۲ استفاده می کنیم:

$$\frac{\beta}{4\alpha - 1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2\beta = -4\alpha + 1 \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha + 2\beta = 1 \\ \alpha + \beta = -1 \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2}, \beta = -\frac{5}{2}$$

$$-m = \alpha\beta = \frac{3}{2} \left(-\frac{5}{2} \right) = -\frac{15}{4} \Rightarrow m = \frac{15}{4}$$





همایش دروس عمومی و اختصاصی

- ✓ همایش های ویژه ماز در تمامی دروس اختصاصی و عمومی (۹ درس)
- ✓ ویژه جمع بندی و مرور نزدیک به روز کنکور
- ✓ برگزاری توسط اساتید کلاس های اصلی و نکته و تست ماز
- ✓ تورق کتاب، نکته های پایانی، تکنیک آزمون کنکور
- ✓ پیش بینی سوالات کنکور
- ✓ شروع همایش ها از ۴ مرداد

در صورتی که برای ثبت نام محصولات ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۲۰۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.

۸- مجموع جوابهای معادله $\sqrt{x-3} - \sqrt{2x-13} = 1$ کدام است؟

۲۶(۴)

۱۹(۳)

۱۸(۲)

۷(۱)

گزینه ۱ صحیح است.

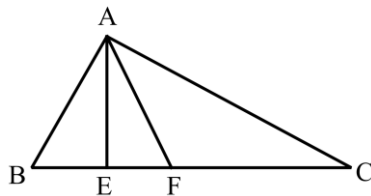
ابتدا رادیکالی که ضریب بزرگتر دارد را در یک سمت تساوی نگه می داریم و بقیه عبارت را به طرف دوم منتقل می کنیم. در نتیجه داریم:

$$\sqrt{2x-13} = \sqrt{x-3} - 1 \Rightarrow 2x-13 = x-3+1-2\sqrt{x-3}$$

$$\Rightarrow x-11 = -2\sqrt{x-3} \Rightarrow x^2 - 22x + 121 = 4(x-3)$$

$$\Rightarrow x^2 - 26x + 133 = 0 \Rightarrow (x-7)(x-19) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=19 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

۹- در شکل مقابل مساحت $\triangle AEF$ ، $\frac{1}{5}$ مساحت $\triangle AFC$ و $\frac{1}{3}$ مساحت $\triangle AFB$ می باشد. $\frac{BE}{FC}$ چقدر است؟

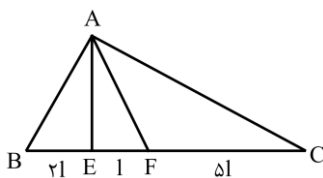


$\frac{2}{5}$ (۲)
 $\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۱)
 $\frac{1}{2}$ (۳)

گزینه ۲ صحیح است.

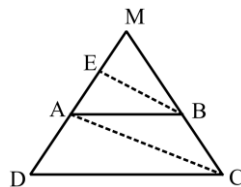
در مثلث های $\triangle AEF$ ، $\triangle AFC$ و $\triangle AFB$ ارتفاع وارد از راس A برابر است پس نسبت مساحت ها برابر با نسب قاعده ها است:



$$S_{AEF} = \frac{1}{5} S_{AFC} \Rightarrow EF = \frac{1}{5} FC, S_{AEF} = \frac{1}{3} S_{AFB} \Rightarrow EF = \frac{1}{3} BF$$

$$\frac{BE}{FC} = \frac{21}{51} = \frac{2}{5} \quad \leftarrow \text{جواب}$$

۱۰- در دوزنقه ABCD، پاره خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD = 5$ و $AE = 3$ باشد، طول ضلع MD کدام است؟



۱۲/۲۵ (۲)

۱۲ (۱)

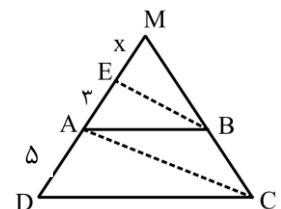
۱۲/۷۵ (۴)

۱۲/۵ (۳)

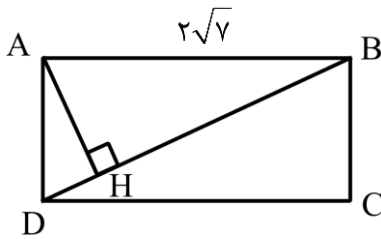
گزینه ۳ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} BE \parallel AC &\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{MB}{BC} \\ AB \parallel CD &\Rightarrow \frac{x+3}{5} = \frac{MB}{BC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x+3}{5} \Rightarrow 5x = 3x+9 \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = 4.5$$

$$MD = ME + EA + AD = 4.5 + 3 + 5 = 12.5$$



۱۱- در مستطیل ABCD، تصویر قائم AB بر روی BD برابر ۴ واحد است. اندازه BC کدام است؟



$$\sqrt{17} \quad (2)$$

$$\sqrt{14} \quad (1)$$

$$\sqrt{21} \quad (4)$$

$$\sqrt{19} \quad (3)$$

گزینه ۴ صحیح است.

در مثلث قائم الزاویه ABD ارتفاع AH رسم شده است $AB^2 = BH \times BD$

$$AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 28 = 4 \times BD \Rightarrow BD = 7 \xrightarrow{BH=4} DH = 3$$

$$\triangle ABD : AD^2 = DH \times DB = 3 \times 7 \Rightarrow AD = \sqrt{21} \rightarrow BC = AD = \sqrt{21}$$

۱۲- اگر $2x^2 + x = -1$ باشد، حاصل $[2x] + [4x^2] + [8x^3] + [16x^4]$ کدام است؟

$$1(4)$$

$$0(3)$$

$$-1(2)$$

$$-2(1)$$

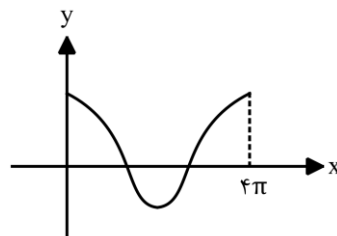
گزینه ۱ صحیح است.

برای حل این سوال ابتدا از رابطه اول محدوده تغییرات X را محاسبه می کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} -1 < 2x < 0 \\ 0 < 4x^2 < 1 \\ -1 \leq 2x^3 + x < 0 \Rightarrow x(2x+1) < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < x < 0 \Rightarrow -1 < 8x^3 < 0 \\ 0 < 16x^4 < 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{جواب } (-2)$$

همواره برقرار است $2x^2 + x + 1 \geq 0$

۱۳- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{2} + 2\cos(mx)$ است. مقدار تابع در نقطه $x = \frac{10\pi}{3}$ کدام است؟



$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (3)$$



گزینه ۴ صحیح است.

$$y = \frac{1}{2} + 2\cos(mx) \quad \text{تناوب: } T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|m|} = 4\pi \Rightarrow |m| = \frac{1}{2} \xrightarrow{\cos(-\theta) = \cos \theta} m = \pm \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2} + 2\cos\left(\frac{x}{2}\right) \xrightarrow{x = \frac{10\pi}{3}} f\left(\frac{10\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2\cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

۱۴- به عددی ۱۲ واحد اضافه می کنیم، لگاریتم عدد جدید در مبنای ۳ یک واحد بیشتر از لگاریتم عدد اولیه در مبنای ۳ است، آن عدد کدام است؟

۱۵ (۴)

۶ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

۱ (۱)

گزینه ۳ صحیح است.

$$\log_3(x + 12) = \log_3(x) + 1 \Rightarrow \log_3(x + 12) = \log_3(x) + \log_3 3 = \log_3(3x) \\ \Rightarrow x + 12 = 3x \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

۱۵- تابع f با ضابطه $f(x) = (x^2 - 1)[x]$ در بازه $(-2, 2)$ چند نقطه ناپیوستگی دارد؟

نقطه ناپیوستگی ندارد (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

گزینه ۱ صحیح است.

تابع جزء صحیح در نقاط صحیح ناپیوسته است. در نتیجه در این بازه ۳ نقطه مورد نظر است. اولین نقطه ۱- است که به دلیل ضریب $x^2 - 1$ در آن پیوسته است. دومین نقطه ۰ است که تابع در آن ناپیوسته است. نقطه بعدی $x = 1$ است که تابع به دلیل ضریب $x^2 - 1$ در آن پیوسته است و در نتیجه فقط یک نقطه ناپیوستگی دارد.

۱۶- اگر $P(A') = 5P(B) = 6P(A \cap B)$ آنگاه حاصل $P(A' | B)$ کدام است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

گزینه ۴ صحیح است.

$$P(A \cap B) = x \xrightarrow{P(A \cap B) = x} P(B) = \frac{6}{5}x$$

$$P(A' | B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B - A)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{6}{5}x - x}{\frac{6}{5}x} = \frac{1}{6}$$



۱۷- احتمال اینکه دو دانش آموز A و B در آزمون پایان ترم یک درس قبول شدند به ترتیب $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{5}$ است. چقدر احتمال دارد دقیقاً یکی از آن‌ها در آزمون این درس قبول شدند؟

$$\frac{2}{5} \quad (۴) \quad \frac{7}{15} \quad (۳) \quad \frac{3}{5} \quad (۲) \quad \frac{2}{3} \quad (۱)$$

گزینه ۳ صحیح است.

نکته: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

نکته (پیشامدهای مستقل و وابسته): پیشامدهای A و B را مستقل گوییم هرگاه وقوع یکی از آن‌ها در احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. به عبارت دیگر دو پیشامد A و B مستقل اند، اگر و تنها اگر $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. اگر دو پیشامد مستقل نباشند، وابسته نامیده می‌شوند.

احتمال قبول شدن A و B در آزمون موردنظر در یکدیگر تأثیری ندارد، پس مستقل هستند. بنابراین:

$$P(A \cup B) = P(A) \times P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

حال با توجه به اینکه می‌خواهیم دقیقاً یکی از این دو قبول شوند باید قسمت اشتراک را از این مقدار کم کنیم.

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{15} = \frac{7}{15}$$

۱۸- دو کارخانه‌ی لاستیک‌سازی A و B یک نوع لاستیک تولید می‌کنند. میانگین طول عمر لاستیک‌های تولیدی در کارخانه‌های A و B به ترتیب برابر با ۷۵۰۰۰ کیلومتر و ۵۶۰۰۰ کیلومتر و واریانس طول عمر لاستیک‌های تولیدی در کارخانه‌های A و B به ترتیب برابر ۱۶۰۰ کیلومتر و ۹۰۰ کیلومتر است. کدام کارخانه لاستیک بهتری تولید می‌کند؟

(۲) کارخانه‌ی B

(۱) کارخانه‌ی A

(۳) کیفیت لاستیک هر دو کارخانه یکسان است. (۴) نمی‌توان اظهارنظر کرد.

گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا از واریانس طول عمر لاستیک‌های تولید جذر گرفته تا انحراف معیار آن‌ها را به دست آوریم:

$$\begin{cases} \sigma_A^2 = 1600 \Rightarrow \sigma_A = 40 \\ \sigma_B^2 = 900 \Rightarrow \sigma_B = 30 \end{cases}$$

حال ضریب تغییرات را بدست می‌آوریم و می‌دانیم هر قدر ضریب تغییرات کمتر باشد، کیفیت لاستیک بهتر است:

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{x_A} = \frac{40}{75000} = \frac{4}{7500} \Rightarrow CV_A < CV_B$$

$$CV_B = \frac{\sigma_B}{x_B} = \frac{30}{56000} = \frac{3}{5600}$$

کیفیت لاستیک‌های تولیدی کارخانه‌ی A بهتر است.



۱۹- اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^2 + x + 6}}$ ، $g(x) = (\frac{1}{3})^x$ باشند، دامنه تابع $f \circ g$ کدام است؟

- (۱) $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ (۲) $(\frac{1}{2}, +\infty)$ (۳) $(-1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, -1)$

گزینه ۳ صحیح است.

$$D_f = -x^2 + x + 6 > 0 \Rightarrow (x+2)(3-x) > 0 \Rightarrow -2 < x < 3 \rightarrow$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \left\{-2 < x < 3 \mid -2 < (\frac{1}{3})^x < 3\right\} = x > -1$$

۲۰- اگر $f(x) = 3x - 1$ ، $g(x) = ax + b$ ، $(g^{-1} \circ f^{-1})(17) = 4$ و $g(1) = 3$ باشد، دوتایی (a, b) کدام است؟

- (۱) $(1, 0)$ (۲) $(2, 1)$ (۳) $(1, 1)$ (۴) $(1, 2)$

گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا از تابع معکوس مرکب شروع میکنیم.

$$g^{-1}(f^{-1}(17)) = 4 \Rightarrow g(4) = f^{-1}(17) \Rightarrow 4a + b = f^{-1}(17) \Rightarrow f(4a + b) = 17$$

$$\Rightarrow 3(4a + b) - 1 = 17 \Rightarrow 4a + b = 6 \quad (۱)$$

از طرفی $g(1) = 3$ است، پس:

$$a + b = 3 \xrightarrow{(۱)} a = 1, b = 2 \Rightarrow (a, b) = (1, 2)$$

۲۱- اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{3}$ ، آنگاه مقدار $\cos(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{8}{9}$ (۲) $-\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{8}{9}$

گزینه ۱ صحیح است.

توجه کنید که:

$$\cos(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha) = \cos(2\pi - (\frac{\pi}{2} + 2\alpha)) = \cos(\frac{\pi}{2} + 2\alpha) = -\sin 2\alpha$$



برای محاسبه $-\sin 2\alpha$ ، طرفین تساوی $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha &= \frac{1}{2} \\ \Rightarrow 1 - \sin 2\alpha &= \frac{1}{2} \Rightarrow -\sin 2\alpha = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

۲۲- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sin(\frac{3\pi}{2} + x) \cos(x - \pi) = \sin^2(\frac{2\pi}{3})$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$\begin{aligned}(1) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (2) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (3) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (4) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{12}\end{aligned}$$

جواب: گزینه ۱

نکته: اگر $\cos x = \cos a$ ، آنگاه: $x = 2k\pi \pm a$

$$\begin{cases} \sin(\frac{3\pi}{2} + x) = \sin(2\pi - \frac{\pi}{2} + x) = \sin(-\frac{\pi}{2} + x) = -\cos x \\ \cos(x - \pi) = \cos(\pi - x) = -\cos x \\ \sin \frac{2\pi}{3} = \sin(\pi - \frac{\pi}{3}) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin^2(\frac{2\pi}{3}) = \frac{3}{4} \end{cases}$$

با جایگذاری مقادیر بالا در معادله‌ی داده شده، داریم:

$$\cos^2 x = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \\ \cos x = \cos \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

جواب‌های بالا را می‌توان به طور خلاصه، به صورت $x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ ($k \in \mathbb{Z}$) نمایش داد.

۲۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$ کدام است؟

$$\begin{aligned}(1) \quad \frac{1}{6} \quad (2) \quad -\frac{1}{6} \quad (3) \quad \frac{1}{12} \quad (4) \quad -\frac{1}{12}\end{aligned}$$

جواب: گزینه ۱

با توجه به صفر بودن حد صورت و مخرج در $x = 0$ ، با استفاده از اتحاد $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ ، صورت و مخرج کسر را در $(1 + \sqrt[3]{\cos x} + (\sqrt[3]{\cos x})^2)$ ضرب می‌کنیم. داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$



۲۴- اگر $f(x) = \frac{x|x|-5}{ax^2+4x-4}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

-۱ (۳)

$-\frac{2}{3}$ (۲)

۱ (۱)

جواب: گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{-1}{+} = -\infty$$

پس باید مخرج کسر در $x=2$ صفر شود و تغییر علامت نداشته باشد، در نتیجه مخرج دارای ریشه مضاعف ۲ خواهد بود. در نتیجه ابتدا مخرج را به صورت ضربی از $(x-2)^2$ می نویسیم و سپس آن را با مخرج کسر معادل در نظر می گیریم تا مقادیر a و b بدست آید:

$$ax^2 + 4x - 4 = a(x-2)^2 \Rightarrow ax^2 - 4ax + 4a \equiv ax^2 + 4x - 4 \Rightarrow a = -1$$

پس $f(x) = \frac{x|x|-5}{-x^2+4x-4}$ بنابراین: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{-x^2} = 1$

۲۵- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x-1} - \frac{1}{2} & ; x \geq 3 \\ x^2 - 3x & ; x < 3 \end{cases}$ یک تابع پیوسته باشد، مقدار $f'_+(3) + f'_-(3)$ کدام است؟

$\frac{11}{4}$ (۴)

$\frac{9}{4}$ (۳)

$\frac{7}{2}$ (۲)

$\frac{7}{4}$ (۱)

جواب: گزینه ۴

برای اینکه تابع مشتق چپ و راست داشته باشد باید پیوستگی چپ و راست داشته باشد و چون در این سوال هم مشتق چپ و هم مشتق راست موجود است در نتیجه در $x=3$ پیوسته است.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} = f(3) \Rightarrow \frac{a}{2} - \frac{1}{2} = 9 - 9 \Rightarrow a = 1$$



$$f'(x) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{-1}{(x-1)^2} \xrightarrow{x \rightarrow 3^+} \frac{-1}{(3-1)^2} = -\frac{1}{4} \\ 2x-3 \xrightarrow{x \rightarrow 3^-} 2(3)-3=3 \end{array} \right\} \Rightarrow f'_+(3) + f'_-(3) = -\frac{1}{4} + 3 = \frac{11}{4}$$

۲۶- در تابع $f(x) = (\frac{2}{x} - \sqrt[3]{x^2})^3$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ ، کدام است؟

۳۶ (۴)

۸ (۳)

-۸ (۲)

-۳۶ (۱)

جواب: گزینه ۲

$$f'(x) = 3(\frac{2}{x} - \sqrt[3]{x^2})^2(-\frac{2}{x^2} - \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}) \rightarrow f'(1) = 3(2-1)^2(-2-\frac{2}{3}) = 3 \times (-\frac{8}{3}) = -8$$

۲۷- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = -\frac{1}{2}$ و $g(x) = f(\frac{2}{x^2})$ باشند، آن گاه $g'(-1)$ کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

جواب: گزینه ۴

حد داده شده مشتق f در $X=2$ است، پس $f'(2) = -\frac{1}{2}$. حال مشتق تابع g را در $X=-1$ محاسبه می‌کنیم:

$$g'(x) = \frac{-4}{x^3} f'(\frac{2}{x^2}) \Rightarrow g'(-1) = 4f'(2) = 4(-\frac{1}{2}) = -2$$

۲۸- تابع $f(x) = x^4 - 4x^2 + 17$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

جواب: گزینه ۳

نکته: تابع f با دامنه‌ی $[a,b]$ مفروض است. نقاطی از بازه‌ی (a,b) که مشتق f در آن نقاط صفر است یا نقاطی از این بازه که مشتق f در آن نقاط وجود ندارد؛ نقاط بحرانی این تابع هستند.

با توجه به این که $f(x)$ یک چندجمله‌ای است، پس مشتق آن روی R وجود دارد، بنابراین کافی است معادله‌ی $f'(x) = 0$ را حل کنیم.

$$f'(x) = 4x^3 - 8x = 0 \Rightarrow 4x(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

پس تابع f دارای ۳ نقطه‌ی بحرانی است.

۲۹- ماکزیمم مطلق تابع با ضابطه $y = -(x+1)|x+1|$ بر $[-2,1]$ کدام است؟



۹ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

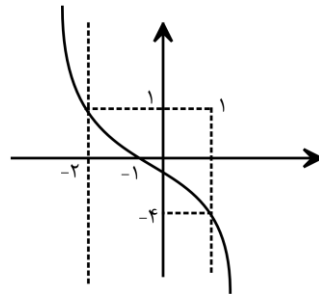
جواب: گزینه ۱

ابتدا قدرمطلق را بصورت دو معادله‌ای می‌نویسیم

$$y = \begin{cases} -(x+1)^2 & x \geq -1 \\ (x+1)^2 & x < -1 \end{cases}$$
 چون تابع اکیدا نزولی است پس مینیمم آن به ازای

بیشترین مقدار x حاصل می‌شود یعنی داریم:

$$f(-2) = (-2+1)^2 = 1$$



۳۰- مستطیلی درون نیم‌دایره‌ای به شعاع ۴ محاط شده و یک ضلع مستطیل روی قطر نیم‌دایره قرار دارد. اگر بدانیم مستطیل بیشترین مساحت ممکن را دارد، طول آن کدام است؟

۲√۲ (۴)

۴√۲ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

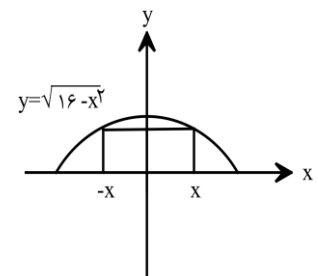
جواب: گزینه ۳

فرض می‌کنیم محور y ها، محور تقارن نیم‌دایره باشد. معادله‌ی نیم‌دایره به صورت $y = \sqrt{16-x^2}$ می‌تواند باشد. برای تعیین بیش‌ترین مقدار مساحت مستطیل به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$S_{\text{مستطیل}} = 2x \times \sqrt{16-x^2}$$

$$S = 2\sqrt{16x^2 - x^4} \rightarrow S' = 0 \Rightarrow \frac{32x - 4x^3}{\dots} = 0 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$$

$$x = 2\sqrt{2} \Rightarrow L = 2(2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$$



برای اولین بار در کشور، مصاحبه با تمام رتبه های زیر صد
کنکور سال گذشته و منابعی که استفاده می کردند

...برای مشاهده کلیک کنید...

تک رقمی های کنکور تجربی ۹۸ از چه تاریخی مازی بودند؟

امیرضا بسکابادی		رتبه ۶	۱۳۹۲/۱۰/۰۵
ایزد مهر احمدی نژاد		رتبه ۱	۱۳۹۲/۰۲/۰۷
گلسمصباحی		رتبه ۷	۱۳۹۵/۰۷/۰۳
محسن راستکار		رتبه ۲	۱۳۹۸/۰۲/۲۱
ریحانه فرخی		رتبه ۸	۱۳۹۲/۰۸/۱۵
فرهنگ امیری		رتبه ۳	۱۳۹۲/۰۶/۰۹
سیاوش کیانپور		رتبه ۹	۱۳۹۲/۰۷/۱۸
رسا ظفری		رتبه ۴	۱۳۹۲/۱۰/۱۸
سید مهدی زارع زاده		رتبه ۱۰	۱۳۹۲/۱۱/۲۱
محمد رضا ارشد صوفیانی		رتبه ۵	۱۳۹۲/۰۵/۲۰
امیر حسام زارع		رتبه ۱۰	۱۳۹۶/۰۶/۰۲

 www.biomaze.ir



#ماز_به_کسی_نگو!

  @biomaze

در صورتی که برای ثبت نام محصولات ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.